Esercizio

- È dato un vettore di dimensione N+k contenente N numeri interi (N può essere anche 0), ordinati in senso non decrescente
- Si suppone di ricevere uno alla volta k interi e di inserirli nel vettore, mantenendo l'ordine ad ogni passo di inserimento

1

Esercizio

- Per effettuare un inserimento occorre conoscere:
  - Il vettore
  - Il valore da inserire
  - La dimensione fisica del vettore = N+k
  - La dimensione logica del vettore (quanti elementi presenti) = N
- Interfaccia

```
typedef enum {false, true} boolean;
boolean insert(int vector[], int el, int dim,
                 int *elCount);
```

2

Esercizio

```
boolean insert(int intArray[], int el, int dim, int *elCount)
{
    int i = 0, j;
    boolean found = false;
    if (*elCount < dim)
    {
        while (i < *elCount && !found)
        {
            if (el <= intArray[i])
                found = true;
            else
                i++;
        }
        if (found)
            for(j = *elCount; j >= i; j--)
                intArray[j] = intArray[j - 1];  /* shift */
        intArray[i] = el;
        (*elCount)++;
        return true;
    }
    return false;
}
```

Ricerca della posizione di inserimento...

...eventuale shift...

...inserimento e notifica del successo

3

Considerazioni

- Il tipo booleano può tornare utile e sarebbe bello poterlo inserire in un header file da includere al bisogno
- Il tipo booleano può servire in più punti del programma ma all'interno di una stessa applicazione non è possibile dichiarare più volte lo stesso tipo (typedef)
  - → includere più volte lo stesso header file con la stessa dichiarazione di tipo...
- Come risolvere il problema?

4

Il preprocessore!

- #Se il simbolo **BOOLEAN** non è definito
  - #Lo si definisce
  - Si dichiara il tipo **boolean**

```
#ifndef BOOLEAN
#define BOOLEAN

typedef enum {false, true} boolean;

#endif
```

In questo modo è possibile includere l'header file ovunque necessario avendo la certezza che verrà processato una sola volta e senza la necessità di fare supposizioni sul fatto che qualcun'altro lo abbia già incluso!

5

Domanda

Perché usando

```
typedef enum {true, false} boolean;
```

anziché

```
typedef enum {false, true} boolean;
```

il precedente algoritmo di inserimento ordinato non funzionerebbe più?

6

Algoritmi di Ordinamento

- Occorre avere a che fare con array di elementi di un certo tipo, sul quale è definita una ***relazione d'ordine totale***
  - Ad esempio, tipo **`float`**
  - Più in generale sui tipi scalari
- Per semplicità si suppongano effettuate le dichiarazioni che seguono:

```
#define MAXDIM 11
typedef float ELEMENT;
typedef ELEMENT ARRAY[MAXDIM];
```

7

Algoritmi di Ordinamento

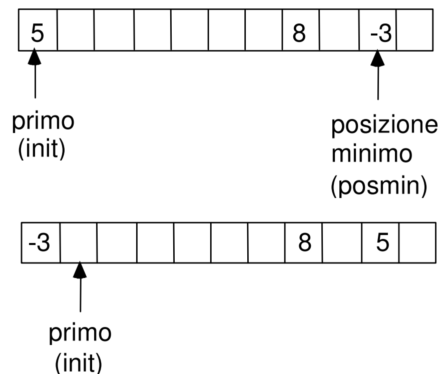
- Si supponga inoltre definita la funzione di scambio che segue

```
void swap(ELEMENT *a, ELEMENT *b)
{
    ELEMENT tmp = *a;
    *a = *b;
    *b = tmp;
}
```

8

Naive Sort

- Detto anche Selection Sort o ordinamento per minimi successivi
- Ad ogni passo seleziona il minimo nel vettore e lo pone nella prima posizione, richiamandosi ed escludendo dal vettore il primo elemento



9

Naive Sort

- Pseudo codifica – versione ricorsiva

<se l'array corrente ha un solo elemento allora è già ordinato – termina>
<individua il minimo nell'array corrente>
<scambia se necessario il primo elemento dell'array corrente con A[posmin]>
<ordina l'array ottenuto eliminando il primo elemento>

- Pseudo codifica – versione iterativa

```
while (l'array ha piu` di una elemento)
{
        <individua il minimo nell'array corrente>
        <scambia se necessario il primo elemento dell'array
                corrente con A[posmin]>
        <considera come array corrente quello
                precedente tolto il primo elemento>
}
```

10

Naive Sort – Ricorsivo

```
void naiveSortR(ARRAY a, int dim)
{
    int i, posmin;
    ELEMENT min;

    if (dim == 1)
        return;

    for (posmin = 0, min = a[0], i = 1; i < dim; i++)
        if (a[i] < min)
        {
            posmin = i;
            min = a[i];
        }
    if (posmin != 0)
        swap(&a[0], &a[posmin]);

    naiveSortR(&a[1], dim - 1);
}
```

11

Naive Sort – Iterativo

```
void naiveSort(ARRAY a, int dim)
{
    int  j, i, posmin;
    ELEMENT min;

    for  (j = 0; j < dim; j++)
    {
        posmin = j;
        for (min = a[j], i = j + 1; i < dim; i++)
            if (a[i] < min)
            {
                posmin = i;
                min = a[i];
            }

        if (posmin != j)
            swap(&a[j], &a[posmin]);
    }
}
```

12

Naive Sort - Osservazioni

- Si supponga di avere a che fare con un array di dimensione N
- La ricerca del minimo si ripete N-1 volte (ciclo for esterno)
- Per trovare il minimo, l'istruzione di confronto (che si può considerare dominante) viene eseguita:

n-1	n-2	...	3	2	1	volte
1	2	...	n-3	n-2	n-1	passo

- S(i=1..n-1) i = n*(n-1)/2 = O(n2)
- Questo risultato e` ***indipendente dai valori di ingresso***.
- Comunque si eseguono O(n2) confronti anche se il vettore e` gia` ordinato.

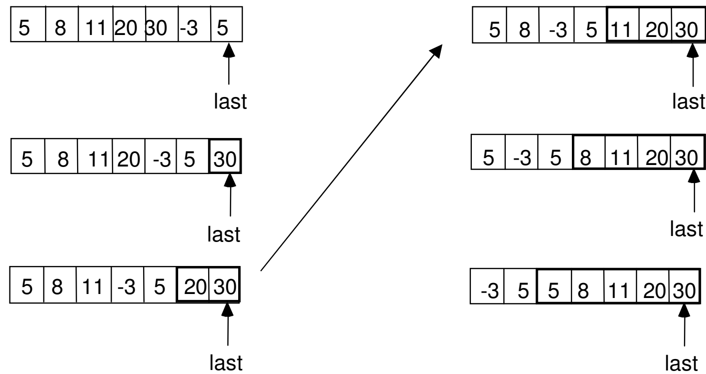
13

Bubble Sort

- Ordinamento a Bolla
- Si basa sul fatto che esiste un ***ordinamento totale*** sugli elementi del vettore: dati due elementi adiacenti **`a[i]`** e **`a[i + 1]`**, se non rispettano l'ordinamento vengono scambiati

14

Bubble Sort



15

Bubble Sort

- Pseudo codifica – versione ricorsiva

  <per tutte le coppie di elementi adiacenti dell'array
  corrente **a** esegui:>
  <se **a[i] > a[i+1]** allora scambiali>
  <se l'array non è ordinato...>
  <ordina l'array ottenuto da a eliminando l'ultimo elemento>

- Pseudo codifica – versione iterativa

  do
  <per tutte le coppie di elementi adiacenti dell'array
  corrente **a** esegui:>
  <se **a[i] > a[i+1]** allora scambiali>
  <imposta come array corrente l'array **a** tolto l'ultimo elemento>
  while (<il vettore **a** e' ordinato>)

16

Bubble Sort

- Come riconoscere se l'array è ordinato o meno?
  - Il vettore e` ordinato **quando non ci sono piu` scambi**!
- Si chiama ***ordinamento a bolla*** perche` dopo la prima scansione dell'array, l'elemento massimo si porta in ultima posizione (gli elementi piu` piccoli "salgono" verso le posizioni iniziali del vettore)
- Ogni "passata" ha come effetto la collocazione nella sua posizione definitiva di un elemento:
  - la prima scansione pone il valore massimo in ultima posizione...
  - la seconda colloca il massimo tra gli elementi rimanenti nella penultima posizione...
  - etc...
- Ad ogni scansione è possibile ridurre l'array alla parte non ancora ordinata.

17

Bubble Sort - Ricorsivo

```
void bubbleSortR(ARRAY a, int dim)
{
    boolean swapped;
    int i;

    swapped = false;
    for (i = 0; i < dim - 1; i++)
    {
        if (a[i] > a[i + 1])
        {
            swapped = true;
            swap(&a[i], &a[i + 1]);
        }
    }
   if (swapped)
       bubbleSortR(a, dim - 1);
}
```

18

Bubble Sort – Iterativo

```
void bubbleSort(ARRAY a, int dim)
{
    boolean swapped;
    int i;

    do
    {
        swapped = false;
        for (i = 0; i < dim - 1; i++)
        {
            if (a[i] > a[i + 1])
            {
                swapped = true;
                swap(&a[i], &a[i + 1]);
            }
        }
    }
    while (swapped);
}
```

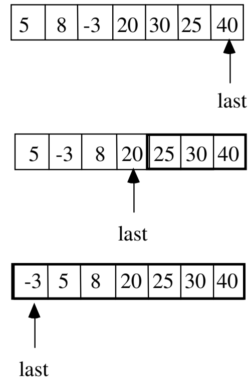
19

Bubble Sort Ottimizzato

- Si tiene traccia della posizione in cui è stato effettuato l'ultimo scambio
  - Nelle posizioni successive alla posizione dell'ultimo scambio l'array è ordinato!
- Ad ogni iterazione si esclude la parte finale del vettore già ordinata (e non solo l'ultimo elemento)

20

Bubble Sort Ottimizzato



- **`last`** rappresenta la posizione in cui è avvenuto l'ultimo scambio
- All'inizio dell'algoritmo viene inizializzata a zero
- La condizione di terminazione è **`last == 0`** → l'array è ordinato oppure l'ultimo scambio è avvenuto all'inizio dell'array

21

Bubble Sort Ottimizzato - Ricorsivo

```
void bubbleSortOptR(ARRAY a, int dim)
{
    int i, last;
    last = 0;
    for (i = 0; i < dim-1; i++)
    {
        if (a[i] > a[i + 1])
        {
            swap(&a[i], &a[i + 1]);
            last = i;
        }
    }
    if (last > 0)
        bubbleSortOptR(a, last + 1);
}
```

22

Bubble Sort Ottimizzato - Iterativo

```
void bubbleSortOpt(ARRAY a, int dim)
{
    int i, limit, last;
    limit = dim - 1;
    while (limit > 0)
    {
        last = 0;
        for (i = 0; i < limit; i++)
        {
            if (a[i] > a[i + 1])
            {
                swap(&a[i], &a[i + 1]);
                last = i;
            }
        }
        limit = last;
    }
}
```

`limit` serve perché `last` viene modificato all'interno del ciclo...

...alla fine del ciclo, `last` viene assegnato a `limit`

23

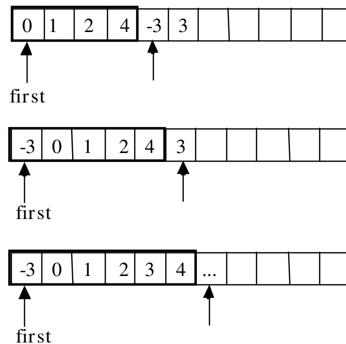
Bubble Sort - Osservazioni

- Non sono sempre necessarie n-1 iterazioni
  - se non avviene alcuno scambio, l'algoritmo termina.
- ***Dipende dai valori dei dati in ingresso!***
- ***Caso migliore:*** array gia` ordinato.
  - Una sola iterazione, con n-1 confronti e nessuno scambio.
- ***Caso peggiore:*** array ordinato in senso decrescente
  - Al passo di iterazione i, (n-i) confronti ed (n-i) scambi → S = (n-1)*n
  - L'ordine di grandezza del numero di scambi è compatibile con quello del Naive Sort

24

Insertion Sort

- L’ordinamento è ottenuto costruendo un sotto-array ordinato a partire dalla prima componente
- In questo sotto-array gli elementi sono inseriti ordinatamente e l’inserimento è ottenuto attraverso “shift” a destra dei restanti elementi del vettore.



25

Insertion Sort

- Pseudo codifica

<per ogni elemento dell’array (elemento di scansione) a partire dal secondo, esegui:>
<considera il sotto-array che va dal primo elemento all’elemento di scansione (escluso)>
<trova la posizione di inserimento dell’elemento di scansione nel sotto-array>
<sposta tutti gli elementi in avanti dalla posizione di inserimento all’elemento precedente l’elemento di scansione>
<copia l’elemento di scansione nella posizione trovata>

26

Insertion Sort

```
void insertionSort (ARRAY a, int dim)
{
    int scanIdx;
    for (scanIdx = 1; scanIdx < dim; scanIdx++)
    {
        int subIdx, pos;
        ELEMENT el;
        boolean found = false;
        el = a[scanIdx];
        for (subIdx = 0; subIdx < scanIdx && !found; subIdx++)
            if (el <= a[subIdx]) /* find pos */
            {
                found = true;
                pos = subIdx;
            }
        if (found) /* shift */
            for(subIdx = scanIdx; subIdx > pos; subIdx--)
                a[subIdx] = a[subIdx-1];
        else
            pos = subIdx;
        a[pos] = el; /* insert */
    }
}
```

27

Insertion Sort – Ottimizzazione

- L'implementazione è semplice (e chiara?) ma il codice non è affatto efficiente
  - **Prima** si fa un ciclo per trovare la posizione di inserimento
  - **Poi** si fa un altro ciclo per fare posto all'elemento spostando in avanti gli elementi
- Si può fare tutto con un unico ciclo?

<scorri l'array partendo dal secondo elemento e, per ogni elemento...>
<vai indietro per cercare la corretta posizione di inserimento>
<contemporaneamente, sposta gli elementi in avanti>
<trovata la posizione inserisci l'elemento>

28

Insertion Sort – Ottimizzato

```
void insertionSortOpt(ARRAY a, int dim)
{
    int i, j;
    ELEMENT tmp;

    for (i = 1; i < dim; i++)
    {
        tmp = a[i];
        for (j = i – 1; j >= 0 && a[j] > tmp; j--)
            a[j + 1] = a[j];
        a[j + 1] = tmp;
    }
}
```

Parte dal secondo elemento

Mette in una variabile temporanea

Finché non trova la posizione giusta, va indietro e...

...sposta gli elementi in avanti

Trovata la posizione, sistema l'elemento

29

Insertion Sort – Osservazioni

- ***Caso migliore:*** array gia` ordinato
  → n-1 confronti
- ***Caso peggiore:*** considerazioni simili agli algoritmi precedenti
- Non introduce guadagni prestazionali significativi...

30

Shell Sort

- Lo Shell sort è una estensione dell'insertion sort, tenendo presenti due osservazioni:
  - L'insertion sort è efficiente se l'input è già abbastanza ordinato.
  - L'insertion sort è inefficiente, generalmente, in quanto muove i valori di una sola posizione per volta.

- Lo Shell sort è simile all'insertion sort, ma funziona spostando i valori di più posizioni per volta (il passo è più grande di uno)
- Gradualmente viene diminuita la dimensione del passo sino ad arrivare ad uno
- Alla fine, lo Shell sort esegue un insertion sort, ma per allora i dati saranno già piuttosto ordinati → efficienza

- Consideriamo un valore piccolo posizionato inizialmente all'estremità errata di un array dati di lunghezza *n*. Con lo Shell sort, si muoveranno i valori usando passi di grosse dimensioni, cosicché un valore piccolo andrà velocemente nella sua posizione finale con pochi confronti e scambi.

31

Shell Sort

- L'idea dietro lo Shell sort può essere illustrata nel seguente modo:
  - sistema la sequenza dei dati in un array bidimensionale (con un numero *h* di colonne)
  - ordina i valori presenti all'interno di ciascuna colonna dell'array
  - ripeti dal punto 1 con un diverso numero *h* (minore del precedente) fino a portare *h* ad 1

- Alla fine la sequenza dei dati viene parzialmente ordinata
  - La procedura viene eseguita ripetutamente, ogni volta con un array più piccolo, cioè, con un numero di colonne *h* più basso
  - Nell'ultima passata, l'array è composto da una singola colonna (*h*=1) trasformando di fatto questo ultimo giro in un insertion sort puro e semplice
  - Ad ogni passata i dati diventano sempre più ordinati, finché, durante l'ultima lo diventano del tutto.
  - Comunque, il numero di operazioni di ordinamento necessarie in ciascuna passata è limitato, a causa dell'ordinamento parziale ottenuto nelle passate precedenti.

32

Shell Sort – visione implementativa

- Dovendo lavorare in un array, occorre “simulare” di lavorare con una matrice
- Vengono esaminate coppie di elementi che si trovano ad una distanza prefissata *gap*...
- ...quindi si applica l’insertion sort agli array fittizi formati dagli elementi a *gap* distanza l’uno dall’altro
- Inizialmente *gap* è pari alla metà della dimensione dell’array, poi decresce fino ad 1 (in questo caso → insertion sort)

33

Shell Sort

Array di 5 elementi → **`gap = 2`**
Algoritmo insertion sort con **`gap = 2`**

7	9	3	8	0

3 in una var. temp.; 7 > var. temp., viene portato avanti; raggiunto inizio array → var. temp. copiata all’inizio del sotto-array (posto 0)

3	9	7	8	0

8 in una var. temp.; 9 > var. temp., viene portato avanti; raggiunto inizio array → var. temp. copiata all’inizio del sotto-array (posto 1)

3	8	7	9	0

0 in una var. temp.; 7 > var. temp., viene portato avanti; non raggiunto inizio array → si retropropaga…

3	8	7	9	7

…3 > var. temp., viene portato avanti…

3	8	3	9	7

…raggiunto inizio array → var. temp copiata all’inizio del sotto-array (posto 0)

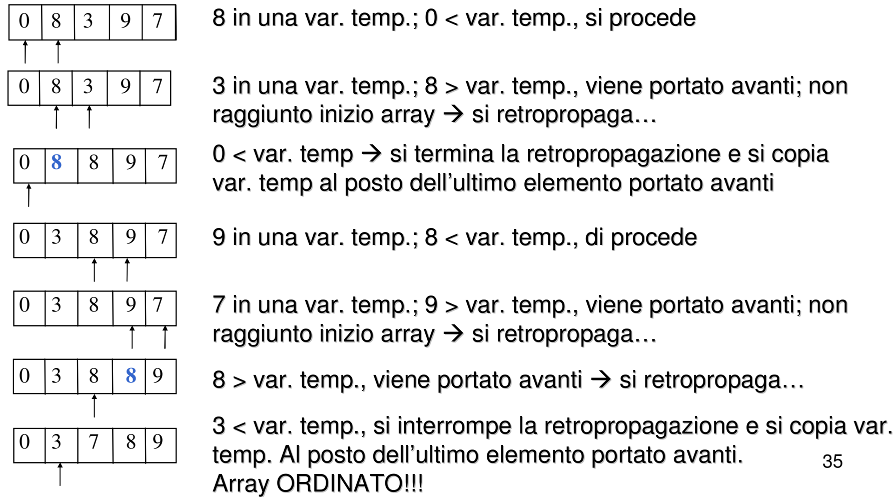
0	8	3	9	7

Terminato l’algoritmo con con gap = 2, i due sotto-array sono ordinati → Si procede con gap = 1

34

Shell Sort

Array di 5 elementi → **gap = 2**
Algoritmo insertion sort con **gap = 2**



Shell Sort

```
void shellSort(ARRAY a, int dim)
{
    int i, j, gap;
    ELEMENT tmp;
    for (gap = dim / 2; gap > 0; gap /= 2)
    {
        for (i = gap; i < dim; i++)
        {
            tmp = a[i];
            for (j = i - gap; j >= 0 && a[j] > tmp; j -= gap)
                a[j + gap] = a[j];
            a[j + gap] = tmp;
        }
    }
}
```

36

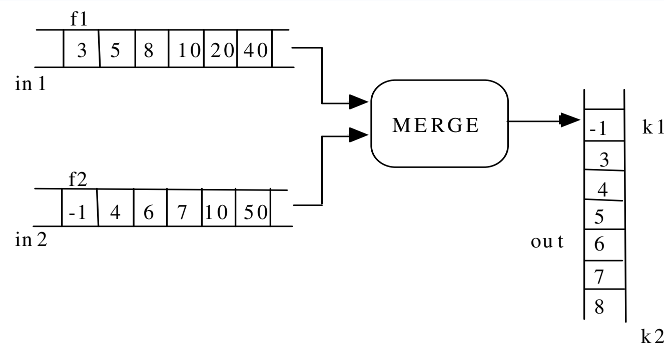
Merge Sort

- Ordinamento per fusione

- Utilizza un algoritmo di Merge
  - Dati due vettori x, y ordinati in ordine crescente, con m componenti ciascuno, produrre un unico vettore z, di 2*m componenti, ordinato
  - Algoritmo di merge richiede un numero di passi proporzionale alla lunghezza degli array

37

Merge Sort



- Si scandiscono i due vettori di ingresso, confrontandone le componenti a coppie
- Se in1[i] <= in2[j], out[k] = in1[i] (scrivi nella componente corrente del vettore out in1[i]); altrimenti, out[k]=in2[j].

38

Algoritmo di Merge

- Indici i,j per scandire in1 e in2, indice k per scrivere su out.
- Si confrontano in1[i] e in2[j]:
  - se in1[i] <= in2[j], scrive in1[i] nella componente k-esima di out (incrementa i, k);
  - altrimenti, scrive in2[j] nella componente k-esima di out (incrementa j, k).
- Se la scansione di uno dei vettori è arrivata all'ultima componente, si copiano i rimanenti elementi dell'altro nel vettore out.

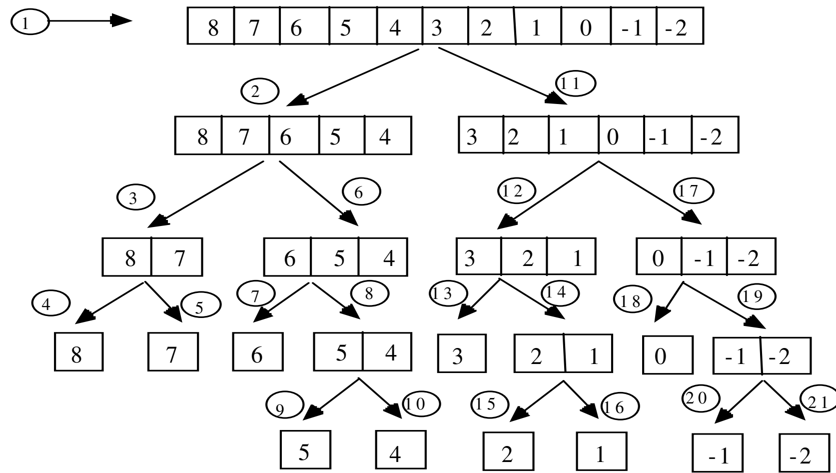
39

Merge Sort

- E` un algoritmo ***ricorsivo***
- Il vettore di ingresso viene diviso in due sotto-vettori sui quali si richiama il merge sort
- Quando ciascun sotto-vettore e` ordinato, i due vengono "fusi" attraverso la procedura di merge
- Si può dimostrare che l'algoritmo di Merge Sort è il più efficiente algoritmo di ordinamento
- Il numero di "operazioni" effettuato è una funzione che si comporta come $n*\log_2 n$

40

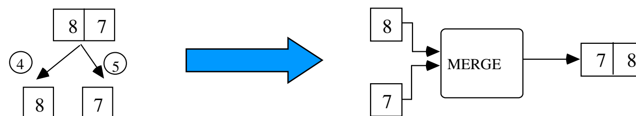
Merge Sort



41

Merge Sort

- La condizione di terminazione della ricorsione è l'avere a che fare con array di lunghezza unitaria



42

Merge Sort

```
void merge(ARRAY a, int iniz1, int iniz2, int fine);
void mergeSortR(ARRAY a, int iniz, int fine);

void mergeSort(ARRAY a, int dim)
{
    mergeSortR(a, 0, dim - 1);
}

void mergeSortR(ARRAY a, int iniz, int fine)
{
    if (iniz < fine)
    {
        int m = (fine + iniz) / 2;
        mergeSortR(a, iniz , m);
        mergeSortR(a, m + 1, fine);
        merge(a, iniz, m + 1, fine);
    }
}
```

…mantiene uniformi le signature delle funzioni di ordinamento…

43

Merge Sort

```
void merge(ARRAY a, int iniz1, int iniz2, int fine)
{
    static ARRAY aOut; /*vett. temporaneo*/
    int i, j, k;
    i = iniz1; j = iniz2; k = iniz1;
    while (i <= iniz2 - 1 && j <= fine) /*confronto: */
    {
        if (a[i] < a[j])
        {
            aOut[k] = a[i];
            i++;
        }
        else
        {
            aOut[k] = a[j];
            j++;
        }
        k++;
    }
```

continua…

44

Merge Sort

```
/* fasi di trattamento del vettore non terminato */
    while (i <= iniz2 - 1)
    {
        aOut[k] = a[i];
        i++;
        k++;
    }
    while (j <= fine)
    {
        aOut[k] = a[j];
        j++;
        k++;
    }
    /* copia da vout in uscita */
    for (i = iniz1; i<= fine; i++)
        a[i] = aOut[i];
}
```

45

Quick Sort

- Come merge-sort, suddivide il vettore in due sotto-array, delimitati da un elemento “sentinella” (***pivot***)
- Il pivot viene spostato in modo opportuno in modo da raggiungere…
- …l’**obiettivo** che è quello di avere nel primo sotto-array solo elementi minori o uguali al pivot, nel secondo sotto-array solo elementi maggiori

46

Quick Sort - Algoritmo

- Si determina arbitrariamente un pivot
  - ad esempio **`pivot = a[dim – 1]`**
- Si scandisce il vettore dato mediante due indici:
  - **`i`**, che parte da **`0`** e procede in **avanti**
  - **`j`**, che parte da **`dim – 1`** (**`dim`** = dimensione del vettore) e procede all'**indietro**
- **Scansione in avanti:**
  - ogni elemento **`a[i]`** viene confrontato con il **`pivot`**;
    se **`a[i] > pivot`**, la scansione in avanti si ferma e si passa alla…
- **Scansione all'indietro:**
  - ogni elemento **`a[j]`** viene confrontato con il **`pivot`**;
    se **`a[j] < pivot`**, la scansione in indietro si ferma e l'elemento **`a[j]`** viene scambiato con **`a[i]`**

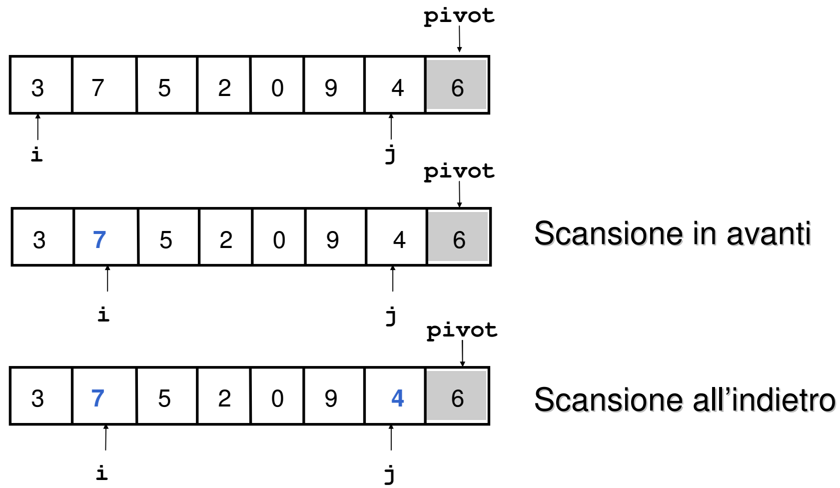
47

Quick Sort – Algoritmo

- Poi si riprende con la scansione avanti, indietro, etc.; Il tutto si ferma quando **`i == j`**. A questo punto si scambia **`a[i]`** con il **`pivot`**
- Alla fine della scansione il **`pivot`** è collocato nella sua posizione definitiva
- L'algoritmo è ***ricorsivo***: si richiama su ciascun sotto-array fino a quando non si ottengono sotto-array con un solo elemento
- A questo punto il vettore iniziale risulta ordinato!

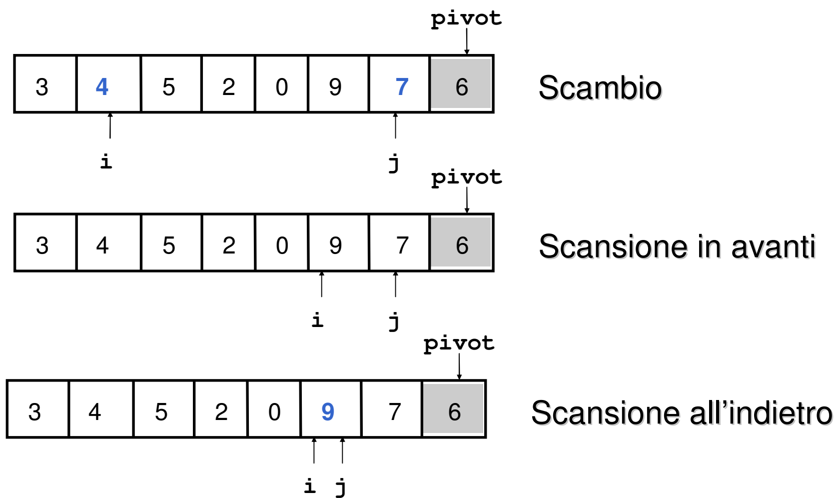
48

Quick Sort



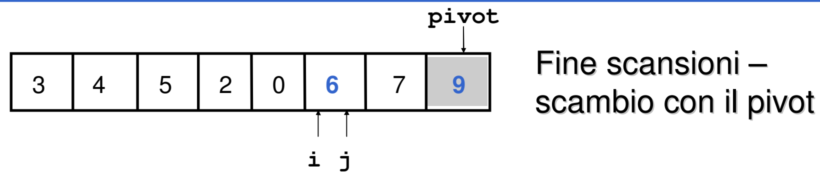
49

Quick Sort



50

Quick Sort



Fine scansioni – scambio con il pivot

- Il pivot è nella posizione definitiva
- Ripetere il procedimento sui due sotto-array
  - `a[0, i – 1]`
  - `a[i + 1, dim – 1]`

51

Quick Sort

- Ancora una volta, per uniformare le signature si introduce una funzione che fa da interfaccia con i clienti e che invoca opportunamente la funzione ricorsiva

```
void quickSortR(ARRAY a, int iniz, int fine);

void quickSort(ARRAY a, int dim)
{
    quickSortR(a, 0, dim - 1);
}
```

52

Quick Sort

```
void quickSortR(ARRAY a, int iniz, int fine)
{
    int i, j, iPivot;
    ELEMENT pivot;
    if (iniz < fine)
    {
        i = iniz;
        j = fine;
        iPivot = fine;
        pivot = a[iPivot];
        do  /* trova la posizione del pivot */
        {
            while (i < j && a[i] <= pivot) i++;
            while (j > i && a[j] >= pivot) j--;
            if (i < j) swap(&a[i], &a[j]);
        }
        while (i < j);
```

continua…

53

Quick Sort

```
        /* determinati i due sottoinsiemi */
        /* posiziona il pivot */

        if (i != iPivot && a[i] != a[iPivot])
        {
            swap(&a[i], &a[iPivot]);
            iPivot = i;
        }

        /* ricorsione sulle sottoparti, se necessario */
        if (iniz < iPivot - 1)
            quickSortR(a, iniz, iPivot - 1);
        if (iPivot + 1 < fine)
            quickSortR(a, iPivot + 1, fine);

    } /* (iniz < fine) */
} /* quickSortR */
```

54

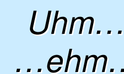
Quick Sort

- Il Quick Sort è efficiente come il Merge Sort se il pivot è scelto correttamente
- Se si ha sfortuna allora l'efficienza scende fino ad un livello compatibile con il Bubble Sort (che non è proprio un fulmine…)
- Come considerazione generale, l'implementazione vista si comporta bene per array molto disordinati
- Scegliere l'ultimo elemento come pivot può essere una scelta rischiosa: se l'ultima parte dell'array è già ordinata è una tragedia!
- Sarebbe meglio scegliere il pivot a "caso" fra gli elementi a disposizione → però la scelta a caso può costare (in termini di prestazioni) di più che scegliere male il pivot…

55

Proposta di esercizio

- Sarebbe interessante vedere come i vari algoritmi si comportano con lo stesso array da ordinare
- Si potrebbe, per esempio, incrementare una variabile contatore globale all'interno della procedura **`swap`**
- Prima di invocare un ordinamento → azzeramento del contatore
- Dopo un ordinamento → stampa del contatore
- E gli algoritmi che non usano mai **`swap`**?



56

Proposta di esercizio

- È già stato fatto un grosso sforzo di generalizzazione introducendo i tipi ARRAY ed ELEMENT
- Siamo sicuri che in futuro tutti gli ELEMENT che useremo avranno definito un operatore di confronto?
- Si può pensare di introdurre una opportuna funzione di confronto fra “oggetti” ELEMENT
- **`int compare (ELEMENT e1, ELEMENT e2)`**
  - e1 < e2 → return -1
  - e1 > e2 → return 1
  - e1 == e2 → return 0

57