RAPPRESENTAZIONE DELL'INFORMAZIONE

- **Internamente a un elaboratore, ogni informazione è rappresentata tramite *sequenze di bit (cifre binarie)***
- **Una sequenza di bit *non dice "cosa" essa rappresenta: l'interpretazione è negli occhi di chi guarda***
- Ad esempio, 01000001 può rappresentare:
  - l'intero 65, il carattere 'A', il boolean '*vero', …*
  - … il valore di un segnale musicale,
  - … il colore di un puntino sullo schermo...

INFORMAZIONI NUMERICHE

- **La rappresentazione delle *informazioni numeriche* è di particolare rilevanza**
- **In questa sede ci limiteremo ai *numeri naturali (interi senza segno)***

Dominio: N = { 0,1,2,3, …}

NUMERI NATURALI (interi senza segno)

- **Dominio:** $N = \{ 0,1,2,3, \ldots \}$
- **Rappresentabili con diverse notazioni**
  - ***non posizionali***
    - **ad esempio la notazione romana: I, II, III, IV, V, ... IX, X, XI…**
    - **Risulta difficile l'utilizzo di regole generali per il calcolo**
  - ***posizionale***
    - **1, 2, .. 10, 11, ... 200, ...**
    - **Risulta semplice l'individuazione di regole generali per il calcolo**

NOTAZIONE POSIZIONALE

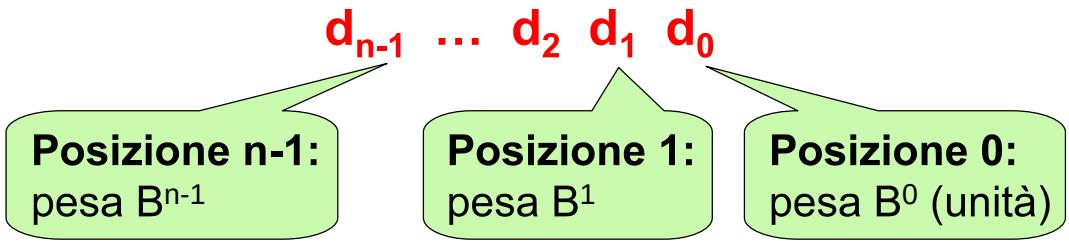
- **Concetto di *base* di rappresentazione *B***
- **Rappresentazione del numero come *sequenza di simboli (cifre)* appartenenti a un *alfabeto* di *B* simboli distinti**
- **ogni simbolo rappresenta un valore compreso fra 0 e *B*-1**

Esempio di rappresentazione su N cifre:

$$d_{n-1} \ \ldots \ d_2 \ d_1 \ d_0$$

NOTAZIONE POSIZIONALE

- **Il valore di un numero espresso in questa notazione è ricavabile**
  - **a partire dal valore rappresentato da ogni simbolo**
  - **<u>*pesandolo* in base alla *posizione*</u> che occupa nella sequenza**



NOTAZIONE POSIZIONALE

In formula:

$$v = \sum_{k=0}^{n-1} d_k B^k$$

dove

- *B = base*
- *ogni cifra d_k rappresenta un valore fra 0 e B-1*

Esempio (base B=4):

1	**2**	**1**	**3**
d_3	**d_2**	**d_1**	**d_0**

Valore = **1** * B^3 + **2** * B^2 + **1** * B^1 + **3** * B^0 = *centotre*

NOTAZIONE POSIZIONALE

- **Quindi, *una sequenza di cifre non è interpretabile* se non si precisa la base in cui è espressa**
- **Esempi:**

Stringa	Base	Alfabeto	Calcolo valore	Valore
"12"	*quattro*	{0,1,2,3}	4 * 1 + 2	*sei*
"12"	*otto*	{0,1,...,7}	8 * 1 + 2	*dieci*
"12"	*dieci*	{0,1,...,9}	10 * 1 + 2	*dodici*
"12"	*sedici*	{0,..,9, A,., F}	16 * 1 + 2	*diciotto*

NOTAZIONE POSIZIONALE

- **Inversamente, ogni numero può essere espresso, *in modo univoco*, *come sequenza di cifre in una qualunque base***
- **Esempi:**

Numero	Base	Alfabeto	Rappresentazione
venti	*due*	{0,1}	**"10100"**
venti	*otto*	{0,1,...,7}	**"24"**
venti	*dieci*	{0,1,...,9}	**"20"**
venti	*sedici*	{0,..,9, A,., F}	**"14"**

CONCLUSIONE

Quindi:

- ***i numeri sono concetti, che esistono in quanto tali***
- ***la loro rappresentazione può invece variare a seconda delle convenzioni adottate***

Non bisogna *confondere* un numero con una sua rappresentazione!

NUMERI E LORO RAPPRESENTAZIONE

- **Internamente**, ***un elaboratore adotta per i numeri interi (non negativi) una rappre-sentazione binaria (base B=2)***
- ***Esternamente, le costanti numeriche che scriviamo nei programmi e i valori che stampiamo a video / leggiamo da tastiera sono invece sequenze di caratteri ASCII***

Il passaggio dall'una all'altra forma richiede dunque un processo di *conversione*

ESEMPIO (interno / esterno)

- **Numero**: *centoventicinque*
- **Rappresentazione interna binaria** (16 bit):

  00000000 01111101

- **Rappresentazione esterna in base 10**:

  occorre produrre la sequenza di caratteri ASCII '1', '2', '5'

  00110001 00110010 00110101

  vedi tabella ASCII

ESEMPIO (esterno / interno)

- **Rappresentazione esterna in base 10**:

  È data la sequenza di caratteri ASCII '3', '1', '2', '5', '4'

  vedi tabella ASCII

  00110011 00110001 00110010 00110101 00110100

- **Rappresentazione interna binaria** (16 bit):

  01111010 00010110

- **Numero**: *trentunomiladuecentocinquantaquattro*

CONVERSIONE STRINGA / NUMERO
(da "esterno" a "interno")

Si applica la definizione:

$$v = \sum_{k=0}^{n-1} d_k B^k$$

le cifre d_k sono note, il valore *v* va calcolato

$$= d_0 + B * (d_1 + B * (d_2 + B * (d_3 + \ldots)))$$

Ciò richiede la valutazione di un polinomio
→ *Metodo di Horner*

CONVERSIONE NUMERO / STRINGA
(da "interno" a "esterno")

- **Problema: *dato un numero, determinare la sua rappresentazione in una base data***
- **Soluzione (*notazione posizionale*): *manipolare la formula* per dedurre un algoritmo**

$$v = \sum_{k=0}^{n-1} d_k B^k$$

***v* è noto, le cifre d_k vanno calcolate**

$$= d_0 + B * (d_1 + B * (d_2 + B * (d_3 + \ldots)))$$

CONVERSIONE NUMERO / STRINGA
(da "interno" a "esterno")

- **Per trovare le cifre bisogna *calcolarle una per una,* ossia…**
- **… bisogna trovare un modo per *isolarne una dalle altre***

$$v = d_0 + B * (\ldots)$$

Osservazione:
d_0 è la sola cifra *non moltiplicata per B*

Conseguenza:
d_0 è ricavabile come *v modulo B*

CONVERSIONE NUMERO / STRINGA

Algoritmo delle divisioni successive

- **si divide *v* per B**
  - *il resto* costituisce la cifra meno significativa (d_0)
  - *il quoziente* serve a iterare il procedimento
- **se tale quoziente è zero, l'algoritmo termina;**
- **se non lo è, lo si assume come nuovo valore *v'*, e si itera il procedimento con il valore *v'***

CONVERSIONE NUMERO / STRINGA

Esempi

Numero	Base	Calcolo valore	Stringa
quattordici	4	14 / 4 = 3 con resto 2 3 / 4 = 0 con resto 3	"32"
undici	2	11 / 2 = 5 con resto 1 5 / 2 = 2 con resto 1 2 / 2 = 1 con resto 0 1 / 2 = 0 con resto 1	"1011"
sessantatre	10	63 / 10 = 6 con resto 3 6 / 10 = 0 con resto 6	"63"
sessantatre	16	63 / 16 = 3 con resto 15 3 / 16 = 0 con resto 3	"3F"

NUMERI NATURALI: INTERVALLO DI VALORI RAPPRESENTABILI

- **Con N bit, si possono fare 2^N *combinazioni***
- **Si rappresentano così i numeri da 0 a 2^N-1**

Esempi

- **con 8 bit, [0 …. 255]**
  In C: unsigned char = byte
- **con 16 bit, [0 …. 65.535]**
  In C: unsigned short int (su alcuni compilatori)
  In C: unsigned int (su alcuni compilatori)
- **con 32 bit, [0 …. 4.294.967.295]**
  In C: unsigned int (su alcuni compilatori)
  In C: unsigned long int (su molti compilatori)

OPERAZIONI ED ERRORI

- **La rappresentazione binaria rende possibile fare *addizioni e sottrazioni con le usuali regole algebriche***
- Esempio:

```
5 +        0101
3 =        0011
---        --------
8          1000
```

Funziona!

ERRORI NELLE OPERAZIONI

Esempio (supponendo di avere solo 7 bit per la rappresentazione)

```
 60 +       0111100
 75 =       1100011
-----      --------
135        10011111
```

Errore!
Massimo numero rappresentabile:
2^7-1 cioe` 127

- **Questo errore si chiama *overflow***
- **Può capitare *sommando due numeri dello stesso segno* il cui risultato non sia rappresentabile utilizzando il numero massimo di bit designati**